جمهوری اسلامی ایران
وزارت آموزش و پرورش

بنام خدا

ماخ

دفترچه سوالات به همراه پاسخنامه تشریحی
مرحله دوم
بیستمین دوره‌ی المپیاد فیزیک سال ۱۳۸۵

تعداد سوالات		مدت آزمون (دقیقه)
سوالات چند گزینه‌ای	مساله‌های تشریحی	
-	۱۰	۲۴۰

توضیحات مهم

استفاده از ماشین حساب ممنوع است.

تذکرات آزمون:

ضمن آرزوی موفقیت برای شما دانش‌پژوه گرامی، خواهشمند است قبل از پاسخ به سؤالات آزمون به موارد زیر توجه کنید:

- این آزمون شامل **۱۰ مسئله‌ی تشریحی** و وقت آن **۲۴۰ دقیقه** است.
- نمره‌ی هر سوال در ابتدای آن نوشته شده است.
- استفاده از ماشین‌حساب در این آزمون مجاز است.
- همراه داشتن تلفن همراه (حتی خاموش) در طول زمان آزمون مجاز **نیست**.
- فقط داوطلبانی می‌توانند دفترچه‌ی سؤالات را با خود ببرند که تا پایان آزمون در جلسه حضور داشته باشند.
- آماده‌سازی پاسخنامه‌ی این آزمون توسط **ایرانفو، مرجع المپیاد فیزیک ایران** انجام شده است.
- جمع‌آوری و آماده‌سازی دفترچه‌ی سؤالات این آزمون توسط **کمیته‌ی علمی ماخ** انجام شده است.

ایرانفو
مرجع المپیاد فیزیک ایران

۱- یک ذره باردار در یک میدان الکتریکی و در میدان گرانشی زمین حرکت می‌کند. اندازه میدان الکتریکی ثابت است، اما جهت آن ممکن است رو به بالا یا رو به پایین باشد. اندازه نیروی الکتریکی وارد بر ذره تقسیم بر جرم آن $a_{۰}$ و شتاب گرانشی زمین g است. $a_{۰}$ کوچک‌تر از g است. یک ذره با سرعت اولیه‌ای با اندازه $v_{۰}$ و زاویه θ نسبت به افق، در زمان صفر از زمین به بالا پرتاب می‌شود. نیروی الکتریکی وارد بر ذره، از زمان صفر تا $t_{۰}$ رو به پایین و پس از آن رو به بالا است.

الف) شرط این را به‌دست آورید که تغییر جهت میدان الکتریکی پیش از زمانی باشد که ذره به زمین می‌رسد.

ب) با فرض این‌که شرط الف برقرار است، برد این ذره (فاصله نقطه فرود تا نقطه پرتاب) را حساب کنید.

ج) با فرض این‌که شرط الف برقرار است، ارتفاع اوج این پرتابه را حساب کنید.

۲- یک چرخ به شعاع r که محور آن افقی و ثابت است، چنان می‌چرخد که لبه زیرین آن با زمین تماس دارد. سرعت هر یک از نقطه‌های لبه چرخ v است. نقطه تماس با زمین (پایین چرخ) را با p، و مرکز چرخ را با O نشان می‌دهیم. سنگی به لبه چرخ چسبیده و با آن می‌چرخد. در یک لحظه سنگ از چرخ جدا می‌شود. در این لحظه سنگ در نقطه Q است، چنان‌که زاویه OP با OQ برابر θ است. این سنگ در نقطه S به زمین می‌خورد. شتاب گرانش را g بگیرید. تعریف می‌کنیم $\alpha = rg/v^{۲}$ و $L = v^{۲}/g$.

الف) برد این پرتابه (طول PS) را بر حسب L , α θ حساب کنید.

ب) در L αی ثابت، به ازای $\theta = \theta_{۰}$ بیشینه می‌شود. معادله‌ای برای $\theta_{۰}$ به‌دست آورید.

۳- یک قرص در صفحه‌ای افقی است و با سرعت زاویه‌ای ثابت ω در جهت پادساعتگرد حول مرکزش (نقطه O) می‌چرخد. شخصی که روی این قرص دوار ایستاده و با آن می‌چرخد، در زمان صفر جسمی را با سرعت v از روی قرص به‌طور قائم به بالا پرتاب می‌کند. در زمان پرتاب، مختصات دکارتی شخص $x = r, y = ۰$ است. این مختصات نسبت به زمین سنجیده شده‌اند و مبدأ مختصات نقطه O است. شتاب گرانش g است. جسم در زمان t به قرص می‌خورد. در این زمان جسم در نقطه P و شخص در نقطه Q است. تعریف می‌کنیم $\theta = ۲\omega v/g$.

الف) t را حساب کنید.

ب) مختصات دکارتی P را بر حسب r θ حساب کنید.

ج) مختصات دکارتی Q را بر حسب r θ حساب کنید.

د) فاصله P با Q را بر حسب r θ حساب کنید.

ه) زاویه بردار OQ با بردار PQ را با α نشان می‌دهیم. تانژانت α را بر حسب θ حساب کنید.

۴- یک عدسی همگرا را در نظر بگیرید که کانون نقطه‌ای ندارد. این عدسی در مرکز است و پرتو نوری که موازی محور x به فاصله h از این محور به این عدسی بتابد، در نقطه‌ای به فاصله $f\ h$ از مبدأ محور x را قطع می‌کند. داریم $f\ h = A + Bh$، که A B دو ثابت مثبت‌اند. در نتیجه باریکه‌ای موازی با محور x که به این عدسی می‌تابد، پس از گذشتن از عدسی در یک نقطه جمع نمی‌شود.

باریکه‌ای موازی محور x به این عدسی می‌تابد. این باریکه از پرتوهایی ساخته شده که فاصله‌شان تا محور x بین صفر و D است. به این ترتیب اگر سر راه این باریکه به عدسی یک پرده عمود بر محور x بگذاریم، لکه‌ای نورانی به شعاع D روی پرده تشکیل می‌شود. اگر چنین پرده‌ای را بعد از عدسی بگذاریم، باز هم لکه‌ای نورانی روی پرده تشکیل می‌شود، اما شعاع این لکه به فاصله پرده از عدسی x بستگی دارد. هدف محاسبه کمینه این شعاع است. به سادگی دیده می‌شود برای این‌که شعاع لکه کمینه شود باید x بین A $f\ D$ باشد. علت آن است که در $x < A$، هیچ‌یک از پرتوهای سازنده باریکه به محور x نرسیده‌اند و به همین خاطر با افزایش x شعاع لکه کم می‌شود. در $x > f\ D$ هم همه پرتوهای سازنده باریکه به محور x رسیده‌اند و از آن گذشته‌اند. پس با افزایش X شعاع لکه زیاد می‌شود.

الف) پرتویی را در نظر بگیرید که پیش از رسیدن به عدسی در فاصله h از محور x است. این پرتو بعد از گذشتن از عدسی روی پرده‌ای می‌افتد که به فاصله x از عدسی است. فاصله محل برخورد این پرتو با پرده از محور x را $y\ \ x,h$ می‌نامیم. $y\ \ x,h$ را برای هر یک از حالت‌های $x<f\ \ h$ و $x>f\ \ h$ حساب کنید.

ب) بگیرید $A<x<f\ \ h$. بیشینه $y\ \ x,h$ (برای hهای مختلف و x ثابت) را در حالت $f\ \ h<x$ و $f\ \ h>x$، به ترتیب $Y_1\ \ x$ و $Y_2\ \ x$ می‌نامیم. $Y_1\ \ x$ و $Y_2\ \ x$ را حساب کنید.

ج) شعاع لکه روی پرده‌ای به فاصله x از عدسی بیشینه $Y_1\ \ x$ و $Y_2\ \ x$ است. این شعاع را $Y\ \ x$ می‌نامیم. فرض کنید $A=BD$ باشد و x/A را چنان بیابید که $Y\ \ x$ کمینه شود (می‌دانیم x بین A و $f\ \ D$ است). مقدار $Y\ \ x$ به ازای این x را R می‌نامیم. R/D را حساب کنید.

۵- یک منبع آب به شکل استوانه‌ای با مساحت مقطع A است. ارتفاع آب در این منبع را با h نشان می‌دهیم. این منبع یک خروجی دارد که حجم آب خارج شده از آن بر زمان βh است، که β ثابت است. این منبع یک ورودی هم دارد که وقتی باز است، حجم آب وارد شده بر زمان $\alpha\ \ H-h$ است که α و H ثابت‌اند. ورودی از زمان صفر تا T_1 باز، و از زمان T_1 تا T_1+T_2 بسته است. بعد ورودی دوباره به مدت T_1 باز و به مدت T_2 بسته است و این روند ادامه می‌یابد. ارتفاع آب منبع در زمان $n\ \ T_1+T_2$ را با u_n و در زمان $\left[n\ \ T_1+T_2\ \ +T_1\right]$ را با v_n نشان می‌دهیم.

الف) مشتق h نسبت به زمان در حالتی که ورودی باز است را حساب کنید.

ب) مشتق h نسبت به زمان در حالتی که ورودی بسته است را حساب کنید.

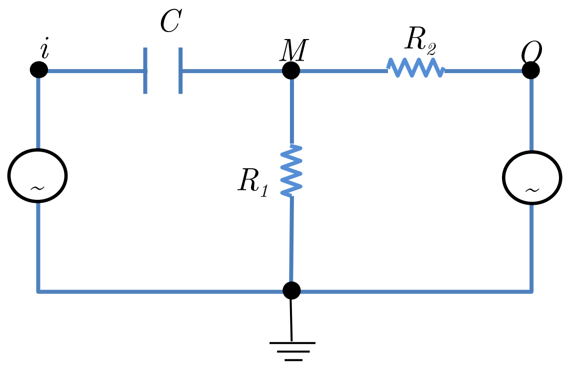
ج) یک تقریب این است که مشتق h نسبت به زمان در حالتی که ورودی باز است را ثابت بگیریم. این مقدار ثابت را میانگین این مشتق در ابتدا و انتهای این زمان بگیرید. با استفاده از این تقریب یک رابطه بین v_n و u_n بیابید.

د) با تقریب مشابهی رابطه‌ای بین u_{n+1} و u_n بیابید.

ه) پس از گذشتن مدت طولانی، u_n به مقدار ثابت u، و v_n به مقدار ثابت v میل می‌کند. u و v را بیابید.

۶- در مدار شکل، $V_o = A V_m$، که A مقداری ثابت است و داریم $V_i = E\cos\omega\ \ t$، که E و ω ثابت‌اند و t زمان است. مقدار مقاومت‌ها و خازن روی شکل مشخص است. فرض کنید همه جریان‌ها و ولتاژها سینوسی با بسامد زاویه‌ای ωاند و V_o را به شکل

$V_o = a\cos\omega\ \ t + b\sin\omega\ \ t$ بگیرید.



الف) a و b را حساب کنید.

ب) V_o را در حد $A\to\infty$ حساب کنید.

۷- یک شتاب دهنده خطی از چند تونل پشت سر هم تشکیل شده است. پتانسیل الکتریکی درون هر تونل ثابت است اما بین هر دو تونل مجاوریک اختلاف پتانسیل هست، به این شکل که پتانسیل تونل‌های با شماره فرد $V\ \ t$ و پتانسیل تونل‌های با شماره زوج صفر است، که t زمان است. $V\ \ t$ چنان تنظیم می‌شود که ذرات باردار از هر تونلی که بیرون می‌روند اختلاف پتانسیل آن تونل با تونل بعدی چنان باشد که سرعت ذرات در فاصله بین دو تونل زیاد شود. طول تونل n برابر l_n است، و از زمانی که ذرات باردار فاصله بین دو تونل مجاور را می‌پیمایند چشم می‌پوشیم. جرم هر ذره باردار m و بار هر ذره باردار q است. $V\ \ t$ یک تابع دوره‌ای با دوره $۲t$ است، چنان‌که $V\ \ t$ بین $t=۰$ و $t=T$ برابر $-V_۰$ و بین $t=T$ و $t=۲T$ برابر $V_۰$ ثابت و $qV_۰$ مثبت است.

الف) فرض کنید همه ذرات باردار در $t=\frac{T}{۲}$ از تونل صفر بیرون می‌روند و سرعت آن‌ها در این زمان $v_۰$ است. فرض کنید طول تونل‌ها چنان است که برای هر n، ذرات در $t=nT+\frac{T}{۲}$ از تونل n بیرون می‌روند. سرعت ذرات درون تونل n را بیابید.

ب) فرض کنید همه ذرات باردار در $t=\frac{T}{۲}$ از تونل صفر بیرون می‌روند و سرعت آن‌ها در این زمان $v_۰$ است. l_nها را چنان بیابید که برای هر n، ذرات در $t=nT+\frac{T}{۲}$ از تونل n بیرون روند.

ج) در واقعیت سرعت اولیه همه ذرات یکسان نیست. ذره‌ای را در نظر بگیرید که انرژی جنبشی آن هنگام خروج از تونل صفر $\frac{m}{۲}\ v_۰^۲+\varepsilon$ است، که ε نسبت به $v_۰^۲$ کوچک‌تر است. فرض کنید برای هر k با $k\le n$، اختلاف زمان خروج این ذره از تونل k با زمان خروج ذره‌ای که سرعت اولیه آن $v_۰$ بوده کمتر از $\frac{T}{۲}$ باشد. این شرط را بر حسب تابع f با تعریف زیر بنویسید.

$$f\ \ n,s\ \ =\frac{۱}{۱+s}+\frac{۱}{۲+s}+\ldots+\frac{۱}{n+s}$$

۸- ذره‌ای با بار q و جرم m در یک میدان مغناطیسی حرکت می‌کند. میدان مغناطیسی در محیط‌های ۱ و ۲ به ترتیب $\vec{B}_۱$ و $\vec{B}_۲$ است. این دو محیط با یک صفحه از هم جدا شده‌اند. $\vec{B}_۱$ و $\vec{B}_۲$ یکنواخت، موازی با هم و موازی با صفحه جداکننده، و هم‌جهت‌اند. ذره در صفحه‌ای عمود بر این میدان‌ها با سرعت v حرکت می‌کند. در زمان صفر، ذره در نقطه $A_۰$، واقع بر صفحه جدا کننده، وارد محیط ۱ می‌شود و در این زمان زاویه بردار سرعت آن با راستای عمود بر صفحه جدا کننده، α، است. مسیر حرکت ذره در محیط ۱ بخشی از یک دایره (کوچک‌تر از نیم‌دایره) به شعاع $r_۱$ است. ذره در زمان $t_۱$ از محیط ۱ بیرون می‌رود و در نقطه $A_۱$، واقع بر صفحه جدا کننده، وارد محیط ۲ می‌شود. مسیر حرکت ذره در محیط ۲ بخشی از یک دایره (بزرگ‌تر از نیم‌دایره) به شعاع $r_۲$ است. ذره در زمان $t_۲$ از محیط ۲ بیرون می‌رود و در نقطه $A_۲$، واقع بر صفحه جدا کننده، وارد محیط ۱ می‌شود.

الف) $r_۱$ و $t_۱$ را حساب کنید.

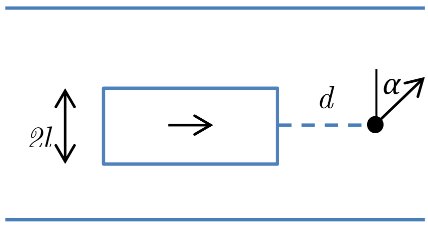
ب) $r_۲$ و $t_۲$ را حساب کنید.

ج) D(فاصله $A_۲$ از $A_۰$) را حساب کنید.

د) $\frac{D}{t_۲}$ را سرعت سوق ذره می‌نامیم. سرعت سوق را حساب کنید.

۹- شخصی در حال عبور از عرض خیابان است. مطابق شکل، هنگامی که این شخص به وسط خیابان می‌رسد، خودرویی که در فاصله d از او قرار دارد و در وسط خیابان است، از حال سکون با شتاب ثابت a بر روی یک خط مستقیم در امتداد خیابان به سمت او حرکت

می‌کند، عرض خودرو $2l$ است. این شخص به‌خاط این‌که زمان کافی برای ادامه مسیر قبل از تصادف با خودرو ندارد، مسیر خود را به‌سمت راست کج می‌کند و بر یک خط مستقیم ادامه مسیر می‌دهد. این خط با عرض خیابان زاویه α می‌سازد.

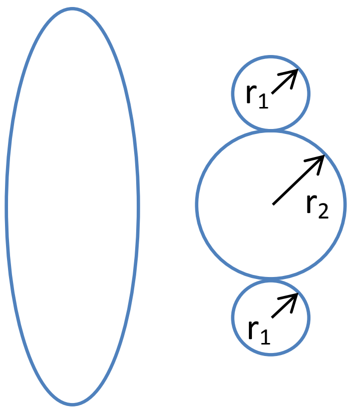


الف) α v (کمینه سرعت شخص برای این‌که برخورد با خودرو رخ ندهد) چه‌قدر است؟

ب) α چه‌قدر باشد تا α v کمینه شود؟

ج) کمینه α v چه‌قدر است؟

۱۰- مطابق شکل سمت چپ، یک حلقه سیم بسته قابل انعطاف و دارای روکش عایق در اختیار داریم. مقاومت این سیم R است. بدون اینکه سیم را ببریم، با خم‌کردن یا از روی هم رد کردن سیم آن را به شکل سمت راست در می‌آوریم. هر سه قسمت دایره‌ای شکل، در یک صفحه واقع‌اند. شعاع دایره‌های کوچک r_1 و شعاع دایره بزرگ r_2 است. یک میدان مغناطیسی یکنواخت، عمود بر صفحه‌ای که سیم در آن قرار دارد بر سیم اعمال می‌کنیم. اگر میدان مغناطیسی با آهنگ $\Delta B/\Delta t$ با زمان تغییر کند، مقدار جریان القایی ممکنی که می‌تواند در سیم به‌وجود آید چه‌قدر است؟



۱- الف)

$$t_0 < \frac{2v_0 \sin\theta}{g+a_0}$$

ب)

$\Delta t_1 < \Delta t_0$: شتاب $g+a_0$

Δt_2 : شتاب $g-a_0$

$$\Delta t = \Delta t_1 + \Delta t_2$$

$$y(t_0) = -\frac{1}{2}(g-a_0)t_0^2 + v_0 \sin\theta t$$

$$\dot{y}(t_0) = v_0 \sin\theta - (g+a)t_0$$

معادله‌ی حرکت از t_0 تا برخورد به زمین:

$$\Delta y = -y(t_0) = -\frac{1}{2}(g-a_0)\Delta t_2^2 + \dot{y}(t_0)\Delta t_2$$

$$\Rightarrow \Delta t = \frac{+\dot{y}(t_0) + \sqrt{\dot{y}(t_0) 2(g-a_0)\, y(t_0)}}{+(g-a_0)}$$

بدیهی است جواب منفی غیرقابل قبول است زیرا در این صورت Δt_2 منفی می‌شود.

$$R = v_0 \cos\theta (t_0 + \Delta t_2)$$

ج)

حالت اول $v_0 \sin\theta - (g+a_0)t_0 \le 0 \to T = \dfrac{v_0 \sin\theta}{g+a_0}$

$$\to h = \frac{v_0^2 \sin^2\theta}{2(g+a_0)}$$

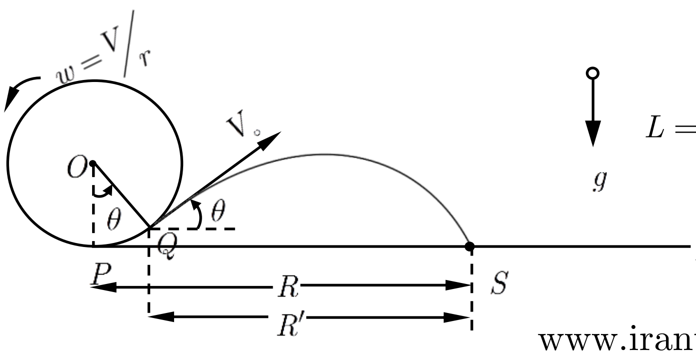
حالت دوم

$$v_0 \sin\theta - (g+a_0)t_0 > 0$$

$$h = h(t_0) + = \frac{\dot{y}^2(t_0)}{2(g-a)}$$

$$\to h = -\frac{1}{2}(g+a_0)t_0^2 + v_0 \sin\theta t + \frac{v_0 \sin\theta - (g+a_0)t_0^2}{2(g-a_0)}$$

۲-



$$L = \frac{v^2}{g}, \alpha = \frac{rg}{r^2} \Rightarrow r = \alpha L$$

الف)

$$R = r\cos\theta + R'$$

$$t = v_{\circ} \sin\frac{\theta}{g} + \sqrt{\frac{۲h_{oug}}{g}}, h_{oug} = r(۱-\cos\theta) + \frac{v_{\circ}^{۲}\sin^{۲}\theta}{۲g}$$

$$\Rightarrow R' = v_{\circ}\cos\theta \times t = v_{\circ}\cos\theta \times (\frac{v_{\circ}\sin\theta}{g} + \sqrt{\frac{۲}{g}(r(۱-\cos\theta) + \frac{v_{\circ}^{۲}\sin^{۲}\theta}{۲g})}$$

$$\Rightarrow R = \alpha L\sin\theta + R'$$

$$R' = L\sin\theta\cos\theta + \sqrt{\frac{۲v_{\circ}^{۲}\cos^{۲}\theta}{g}(r(۱-\cos\theta) + \frac{v_{\circ}^{۲}\sin^{۲}\theta}{۲g})}$$

$$= L\sin\theta\cos\theta + \sqrt{۲\,\mathrm{L}\cos^{۲}\theta(\alpha L(۱-\cos\theta) + \frac{L\sin^{۲}\theta}{۲})}$$

$$R = \alpha L\sin\theta + L\sin\theta\cos\theta + \sqrt{۲\,\mathrm{L}\cos^{۲}\theta(\alpha L(۱-\cos\theta) + \frac{L\sin^{۲}\theta}{۲})}$$

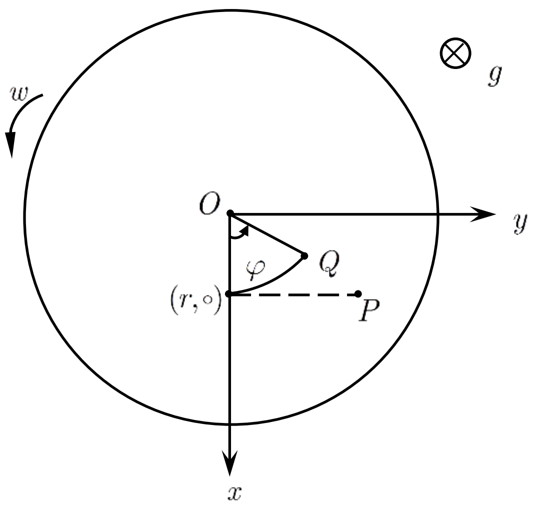
ب)

$$\left.\frac{dR}{d\theta}\right|_{\theta=\theta_{\circ}} = \circ$$

$$\rightarrow \alpha L\cos\theta_{\circ} + L\cos ۲\theta_{\circ} + \frac{۱}{۲}\cos\theta_{\circ}\frac{۲\alpha\sin\theta_{\circ} + ۲\sin\theta_{\circ}\cos\theta_{\circ}}{\sqrt{۲(\alpha L(۱-\cos\theta) + \sin^{۲}\theta_{\circ}}}$$

$$= L\sin\theta_{\circ}\sqrt{۲\alpha(۱-\cos\theta_{\circ}) + \sin^{۲}\theta_{\circ}}$$

۳- ماخ الف)



$$t = \frac{۲V}{g}$$

ب)

$$X_{p} = r$$
$$Y_{p} = t \times \omega r$$
$$= ۲\omega r\frac{v}{g} = r\theta$$

ج)

$$X_{a} = r\cos\varphi = r\cos\omega t = r\cos\theta$$
$$Y_{a} = r\sin\varphi = r\sin\omega t = r\sin\theta$$

د)

$$D = \sqrt{(X_{p} - X_{a})^{۲} + (Y_{p} - Y_{a})^{۲}}$$

$$= \sqrt{\mathrm{r}^{۲}(۱-\cos\theta)^{۲} + r^{۲}(\theta - \sin\theta)^{۲}} = r\sqrt{۱ - ۲\cos\theta + ۱ + \theta^{۲} - ۲\theta\sin\theta}$$

$$\Rightarrow D_{pa} = r\sqrt{۲ - ۲\cos\theta - ۲\theta\sin\theta + \theta^{۲}}$$

هـ)

$$\frac{\overrightarrow{OQ}.\overrightarrow{PQ}}{\left|OQ\right|\left|PQ\right|}\cos\alpha$$

$$\overrightarrow{OQ}.\overrightarrow{PQ}=r\cos\theta\times(r\cos\theta-r)+r\sin\theta\times(r\sin\theta-r\theta)$$

$$=\mathrm{r}^{۲}\left[\cos^{۲}\theta-\cos\theta+\sin^{۲}\theta-\theta\sin\theta\right]=r^{۲}\left[۱-\cos\theta-\theta\sin\theta\right]$$

$$\left|OQ\right|=r,\left|PQ\right|=r\sqrt{۲-۲\cos\theta-۲\theta\sin\theta+\theta^{۲}}$$

$$\Rightarrow\cos\alpha=\frac{۱-\cos\theta-\theta\sin\theta}{\sqrt{۲-۲\cos\theta-۲\theta\sin\theta+\theta^{۲}}}=(\frac{۱}{\cos\alpha})^{۲}-۱=\tan^{۲}\alpha$$

$$\Rightarrow\tan\alpha=\sqrt{(\frac{۱}{\cos\alpha})^{۲}-۱}$$

$$\tan^{۲}\alpha\frac{۲-۲\cos\theta-۲\theta\sin\theta+\theta^{۲}}{۱+\cos^{۲}\theta+\theta^{۲}\sin^{۲}\theta-۲\theta\sin\theta-۲\cos\theta+۲\theta\sin\theta\cos\theta}-۱$$

$$=\frac{2-2\cos\theta-2\theta\sin\theta+\theta^2-1-\cos^2\theta-\theta^2\sin^2\theta+2\theta\sin\theta+2\cos\theta-\theta\sin2\theta}{1+\cos^2\theta+\theta^2\sin^2\theta-2\theta\sin\theta-2\cos\theta+2\theta\sin\theta\cos\theta}$$

$$=\frac{1-\cos^2\theta+\theta^2(1-\sin^2\theta)-\theta\sin2\theta}{1-\cos^2\theta+\theta^2\sin^2\theta-2\theta\sin\theta-2\cos\theta+\theta\sin2\theta}=\frac{1-\cos^2\theta-\theta\sin2\theta+\theta^2(1-\sin^2\theta)}{(1-\cos\theta-\theta\sin\theta)^2}$$

$$\Rightarrow\tan\alpha=\frac{\sqrt{۱-\cos^{۲}\theta-\theta\sin۲\theta+\theta^{۲}(۱-\sin^{۲}\theta)}}{۱-\cos\theta-\theta\sin\theta}$$

۴- ماخ الف)

$$x>f(x):\frac{x-f(x)}{f(x)}\to y=h(\frac{x}{A+Bh}-۱)$$

$$x<f(x):y=h(۱-\frac{x}{A+Bh})$$

ب)

$$(۱)\frac{dy}{dh}=\circ\to h=\frac{\sqrt{xA}-A}{B}$$

$$\to y_{۱}=\frac{A+x-۲\sqrt{xA}}{B}$$

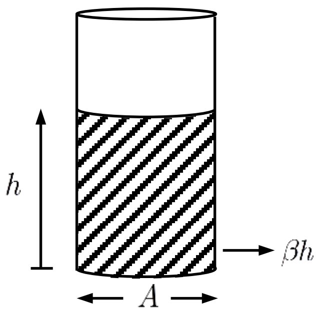
$$(۲)y_{۲}:h\to D\Rightarrow y_{۲}=D(۱-\frac{x}{A+BD})$$

ج) $y_۲$ نزولی و $y_۱$ صعودی سه ماکسیمم yها تا نقطه‌ی تقاطعشان است ومنیمم‌شان در $y_۱=y_۲$ است.

$$\rightarrow x = \frac{۱۶}{۹} BD$$

$$\Rightarrow \frac{R}{D} = \frac{۱}{۹}$$

۵-



$$\alpha(H-h) \rightarrow \circ \rightarrow T_{۱}$$
$$T_{۱} + T_{۲} \rightarrow ۲T_{۱} + T_{۲}$$
$$۲(T_{۱} + T_{۲}) \rightarrow ۳T_{۱} + ۲T_{۲}$$
$$\vdots$$
$$h_{(n(T_{۱}+T_{۲}))} = u_n$$
$$h_{(n(T_{۱}+T_{۲})+T_{۱})} = v_n$$

الف)

$$V = Ah \Rightarrow \dot{V} = A\dot{h}$$

باز

$$\dot{h} = \frac{۱}{A}(\alpha(H-h) - \beta h)$$

ب)

بسته $\dot{h} = \frac{-۱}{A}(ph) = \frac{-ph}{A}$

ج)

باز - اول

$$\dot{h} = \frac{۱}{A}(\alpha(H-u_n) - \beta u_n)$$

$$\Rightarrow \dot{h} \simeq \frac{۱}{A}\left[\alpha H - (\alpha+\beta)\frac{U_n + v_n}{۲}\right]$$

$$h' = \frac{۱}{A}(\alpha H - v_n) - p v_n)$$

$$\Rightarrow \alpha(H) - (\alpha+\beta)h = \alpha(H) - (\alpha + \beta \times u_n + v_n)$$

$$\Rightarrow h = \frac{u_n + v_n}{۲}$$

$$\Rightarrow \frac{dh}{dt} = \dot{h} \Rightarrow v_n - u_n = T_{\frac{۱}{A}}\left[\alpha H - (\alpha+\beta)\frac{u_n + v_n}{۲}\right]$$

د)

بسته- اول $\dot{h} = \frac{-\beta}{A} v_n$

$$\Rightarrow \dot{h} = \frac{-\beta}{A}\left(\frac{v_n + u_{n+۱}}{۲}\right)$$

بسته - آخر $\dot{h}=\frac{-\beta}{A}u_{(n+۱)}$

$$\mathrm{h}=\frac{v_n+u_{n+۱}}{۲}$$

$$\mathrm{u}_{n+۱}-\mathrm{v}_n=\frac{-\beta T_۲}{A}\left(\frac{v_n+u_{n+۱}}{۲}\right)$$

هـ)

$$u_{n+۱}=u_n$$

$$\Rightarrow \mathrm{T}_{\frac{۱}{A}}\left[\alpha H-(\alpha+\beta)\frac{v_n+u_n}{۲}\right]=\frac{\beta T_۲}{A}\left(\frac{v_n+u_n}{۲}\right)$$

$$\Rightarrow ۲\alpha H=\left[(\alpha+\beta)+\frac{\beta T_۲}{T_۱}\right]=(v_n+u_n)$$

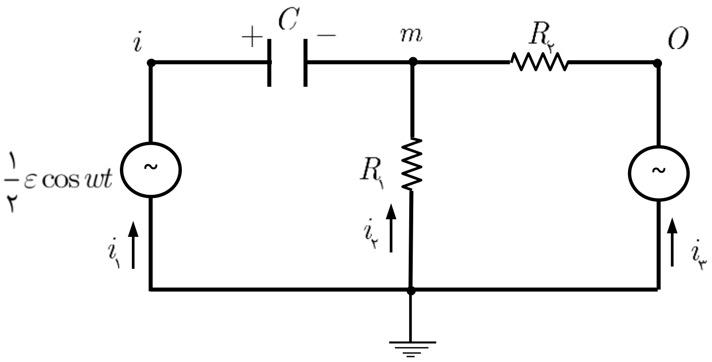
$$\Rightarrow u_n+v_n=\frac{۲\alpha H}{\alpha+\beta+\frac{\beta T_۲}{T_۱}}$$

$$u_n-v_n=\frac{-\beta T_۲}{A}\left(\frac{\alpha H}{\alpha+\beta+\frac{\beta T_۲}{T_۱}}\right)$$

$$\Rightarrow u_n=\frac{۲\alpha H}{\alpha+\beta+\frac{\beta T_۲}{T_۱}}-\frac{\beta T_۲}{۲A}=\frac{\alpha H}{\alpha+\beta+\frac{\beta T_۲}{T_۱}}$$

$$v_n=\frac{\alpha H}{\alpha+\beta+\frac{\beta T_۲}{T_۱}}+\frac{\beta T_۲}{۲A}=\frac{\alpha H}{\alpha+\beta+\frac{\beta T_۲}{T_۱}}$$

۶- ماخ



الف)

$$\varepsilon\cos\omega t-\frac{q}{c}=v_m\Rightarrow -\varepsilon\omega\sin\omega t-\frac{\dot{q}}{c}=\dot{v}_m$$

$$-i_{۲}R_{۱} = v_m \Rightarrow i_{۲} = \frac{-v_m}{R_{۱}}$$

$$Av_m - i_{۳}R_{۲} = v_m \Rightarrow i_{۳} = v_m(A-۱)_{R_{۲}}$$

$$-\dot{q} = i_{۲} + i_{۳}$$

$$\Rightarrow \dot{v}_m + \varepsilon\omega \sin\omega t = \frac{v_m}{c}\left(-\frac{۱}{R_{۱}} + \frac{(A-۱)}{R_{۲}}\right)$$

$$v_m = k_{۱}\cos\omega t + k_{۲}\sin\omega t$$

$$\dot{v}_m = -k_{۱}\sin\omega t + k_{۲}\omega\cos\omega t$$

$$-k_{۱}\omega\sin\omega t + k_{۲}\omega\cos\omega t + \varepsilon\omega\sin\omega t = k_{۰}(k_{۱}\cos\omega t + k_{۲}\sin\omega t)$$

$$k_{۱}\omega + \varepsilon\omega = k_{۰}k_{۲} \qquad \varepsilon\omega = k_{۱}(k_{۰}^{۲}\omega + \omega) \Rightarrow k_{۱} = \frac{\varepsilon\omega^{۲}}{\omega^{۲} + k_{۰}^{۲}}$$

$$k_{۲}\omega = k_{۰}k_{۱}$$

$$k_{۲} = \frac{\varepsilon\omega^{۲}k_{۰}\omega}{\omega^{۲} + k_{۰}^{۲}}$$

$$a = \frac{A\varepsilon\omega^{۲}}{\omega^{۲} + k_{۰}^{۲}}$$

$$k_{۰} = -\frac{۱}{c}\left(\frac{۱}{R_{۱}} + \frac{۱}{R_{۲}} - \frac{A}{R_{۲}}\right)$$

$$b = \frac{A\varepsilon\omega k_{۰}}{\omega^{۲} + k_{۰}^{۲}}$$

ب)

$$A \to \infty \begin{cases} a \to ۰ \\ b \to \dfrac{\varepsilon\omega}{\dfrac{۱}{c}\cdot\dfrac{۱}{R_{۲}}} = \varepsilon\omega R_{۲}\, c \Rightarrow V_{۰} = \varepsilon\omega R_{۲} c \sin\omega t \end{cases}$$

۷- ماخ الف)

$$v_n = \sqrt{v_{۰}^{۲} + ۲nqv/m}$$

ب)

$$L_n = v_n T$$

$$\Rightarrow L_n = T\sqrt{v_{۰}^{۲} + ۲nqv/m}$$

ج)

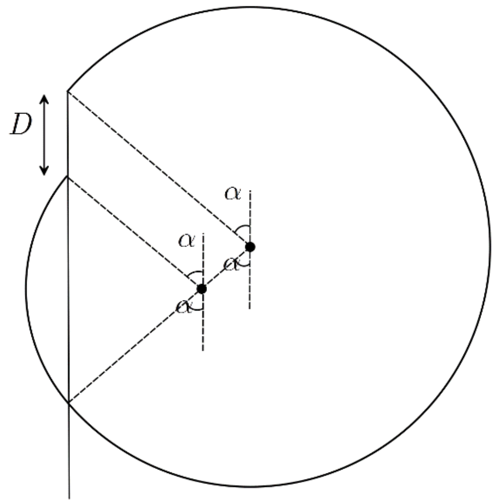
$$t=\frac{T\sqrt{v_{\circ}^{۲}+۲nqv/m}}{\sqrt{v_{\circ}^{۲}+۲nqv/m+\in}}=T(۱-\frac{\frac{\in}{۲}}{v_{\circ}^{۲}+۲nqv/m})$$

د)

$$\Delta t=\sum T(\frac{\in}{۲}.\frac{۱}{v_{\circ}^{۲}+۲nqv/m})$$

$$=\frac{T\in}{۲}\sum(\frac{\frac{m}{۲qv}}{n+\frac{mv_{\circ}^{۲}}{۲qv}})=\frac{mT\in}{۴qv}f(k,\frac{mv^{۲}}{۲qv})$$

۸- الف)



$$r_{۱}=\frac{mv}{qB_{۱}}$$

$$\omega t_{۱}=\pi-۲\alpha$$

$$\Rightarrow\frac{qB_{۱}}{m}t_{۱}=\pi-۲\alpha$$

$$\Rightarrow t_{۱}=\frac{(\pi-۲\alpha)m}{qB_{۱}}$$

ب)

$$r_{۲}=\frac{mv}{qB_{۲}},t_{۲}=\frac{(\pi-۲\alpha)m}{qB_{۲}}$$

ج)

$$۲r_{۲}\cos\alpha-۲r_{۱}\cos\alpha=D$$

$$\Rightarrow D=۲\cos\alpha\frac{mv}{q}(\frac{۱}{B_{۲}}-\frac{۱}{B_{۱}})$$

د)

$$\frac{D}{t_{۲}}=\frac{۲\cos\alpha\frac{mv}{q}(\frac{۱}{B_{۲}}-\frac{۱}{B_{۱}})}{(\pi-۲\alpha)\frac{m}{qB_{۲}}}=\frac{۲\cos\alpha}{\pi-۲\alpha}v(۱-\frac{B_{۲}}{B_{۱}})$$

۹- الف)

$$v\cos\alpha t>\ell$$

$$\frac{۱}{۲}at^{۲}=d+\ell\tan\alpha$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}a\frac{\ell^2}{v^2\cos^2\alpha} = d + L\tan\alpha$$

$$\Rightarrow v^2 = \frac{aL^2}{2}.\sec^2\alpha.\frac{1}{d+L\tan\alpha}$$

$$\Rightarrow v = L\sqrt{\frac{\frac{a}{2}}{\cos^2\alpha(d+L\tan\alpha)}}$$

ب)

$$\frac{dv}{d\alpha} = 0 \Rightarrow d\Big[\cos^2\alpha(d+L\tan\alpha)\Big]_{/d\alpha} = 0$$

$$-2\sin\alpha\cos\alpha(d+L\tan\alpha) + \cos^2\alpha(L\sec^2\alpha) = 0$$

$$\Rightarrow L = 2\sin\alpha\cos\alpha(d+L\tan\alpha) \rightarrow 1 = \frac{2d}{L}\sin\alpha\cos\alpha + 2\sin^2\alpha$$

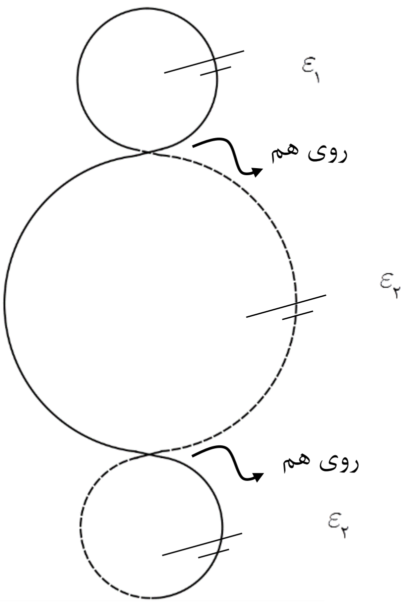
$$\Rightarrow 1 - 2\sin^2\alpha = \cos 2\alpha = \frac{d}{L}\sin 2\alpha \rightarrow \tan 2\alpha = \frac{L}{d}$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{1}{2}\tan^{-1}(\frac{L}{d})$$

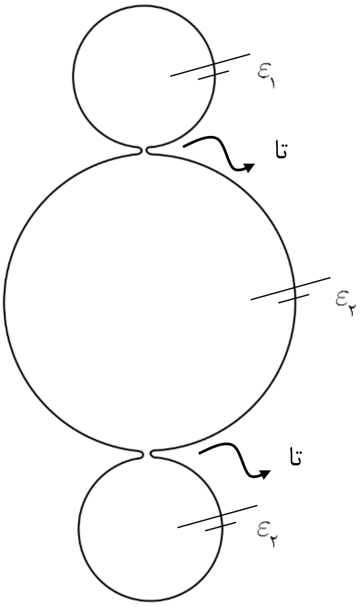
ج) در «ب» جاگذاری می‌کنیم و ساده می‌کنیم.

۱۰- ماخ سه حالت ممکن است:

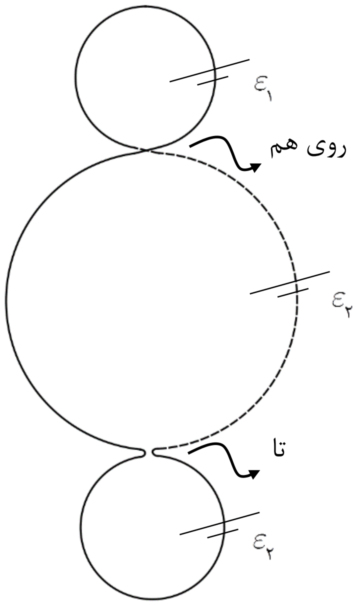
$$\varepsilon_1 = \pi r_1^2\frac{\Delta B}{\Delta t}$$
$$\varepsilon_2 = \pi r_2^2\frac{\Delta B}{\Delta t}$$



$$\Rightarrow i = \frac{1}{R}(\pi r_2^2 - 2\pi r_1^2)\frac{\Delta B}{\Delta t}$$



$$i=\frac{۱}{R}(\pi r_۲^۲+۲\pi r_۱^۲)\frac{\Delta B}{\Delta t}$$



$$i=\frac{۱}{R}(\pi r_۲^۲-\pi r_۱^۲+\pi r_۱^۲)\frac{\Delta B}{\Delta t}$$

$$\frac{۱}{R}(\pi r_۲^۲)\frac{\Delta B}{\Delta t}$$

ماخ

جمهوری اسلامی ایران
وزارت آموزش و پرورش

بنام خدا

آزمون عملی
مرحله دوم
بیستمین دوره‌ی المپیاد فیزیک سال ۱۳۸۶

مدت آزمون (دقیقه)	تعداد سوالات	
	مساله‌های تشریحی	سوالات چند گزینه‌ای
۳۰	۱	-

توضیحات مهم

استفاده از ماشین حساب ممنوع است.

تذکرات آزمون:

ضمن آرزوی موفقیت برای شما دانش‌پژوه گرامی، خواهشمند است قبل از پاسخ به سؤالات آزمون به موارد زیر توجه کنید:

- این آزمون شامل **۱ مسئله‌ی تشریحی** و وقت آن **۳۰ دقیقه** است.
- نمره‌ی هر سوال در ابتدای آن نوشته شده است.
- استفاده از ماشین‌حساب در این آزمون مجاز است.
- همراه داشتن تلفن همراه (حتی خاموش) در طول زمان آزمون مجاز **نیست**.
- فقط داوطلبانی می‌توانند دفترچه‌ی سؤالات را با خود ببرند که تا پایان آزمون در جلسه حضور داشته باشند.
- جمع‌آوری و آماده‌سازی دفترچه‌ی سوالات این آزمون توسط **کمیته‌ی علمی ماخ** انجام شده است.

اندازه‌گیری چگالی

اگر جسمی به طول کامل در شاره‌ای غوطه‌ور شود علاوه بر وزن یک نیروی شناوری هم به جسم وارد می‌شود که رو به بالا است و مقدارش ρVg است که ρ چگالی شاره، V حجم جسم و g شتاب گرانش زمین است. در این آزمایش می‌خواهیم نسبت چگالی یک جسم به چگالی آب را تعیین کنیم.

وسایل آزمایش:

یک میله فلزی باریک، یک خط‌کش، یک لیوان، نخ، جسم، آب

روش آزمایش

۱)یک تکه نخ را در نقطه A گره بزنید. یک تکه نخ را هم به جسم ببندید و سر دیگر آن را در نقطهB به میله گره بزنید و یک ترازو بسازید. نخ اول را بگیرید و A و B را جابه‌جا کنید تا میله افقی شود. a (فاصله A از وسط میله) و b (فاصله B از A) را بسنجد. در این حالت $Mga=wb$ است، که w وزن جسم و M جرم میله است. این آزمایش را سه بار انجام دهید و درهر حالت مقدار a و b را بسنجید و $a=\frac{b}{a}$ را حساب کنید. همه مقدارها را در جدول بنویسید. میانگین α برای این سه حالت را هم حساب کنید و در جدول بنویسید.

۲)حالا جسم را وارد آب کنید. چنان که جسم کاملاً در آب غوطه‌ور شود و با لیوان هم تماس نداشته باشد. باز هم نقطه‌های A و B را چنان تغییر دهید تا میله افقی شود. a' (فاصله A از وسط میله) و b' (فاصله B از A) در این حالت بسنجید. در این حالت $Mga'=wb'$ است که w' وزن ظاهری جسم (یعنی وزن آن منهای نیروی شناوری) است. این آزمایش را هم سه بار انجام دهید ودر هر حالت مقدار a' و b' را بسنجید و $a'=\frac{a'}{b'}$ را حساب کنید. همه مقدارها را در جدول بنویسید. میانگین α' برای این سه حالت راه هم حساب کنید و در جدول بنویسید.

۳)چگالی جسم را $\rho_\circ$ می‌نامیم. عبارتی برای $\frac{\rho_\circ}{\rho}$ برحسب α و α' به دست آورید و در کادر بنویسید. مقدار $\frac{\rho_\circ}{\rho}$ را حساب کنید و در کادر بنویسید.